

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«УНИВЕРСИТЕТ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ (ЭКЗАМЕНА) В  
МАГИСТРАТУРУ**

для получения углубленного высшего образования по специальности  
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Минск 2023

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

Кольчевский Николай Николаевич, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин и информационных технологий ГУО «Университет Национальной академии наук Беларуси», кандидат физико-математических наук, доцент.

Батин Николай Владимирович, старший преподаватель кафедры естественнонаучных дисциплин и информационных технологий ГУО «Университет Национальной академии наук Беларуси».

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой естественнонаучных дисциплин и информационных технологий  
(протокол № 9 от 10 февраля 2023 г.)

Советом ГУО «Университет Национальной академии наук Беларуси»  
(протокол № 8 от 30 марта 2023 г.)

## I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного экзамена в магистратуру государственного учреждения образования «Университет Национальной академии наук Беларуси» по специальности «Прикладная математика и информатика» носит комплексный, междисциплинарный характер и ориентирована на выявление у поступающих общепрофессиональных и специальных знаний и умений.

Программа разработана в соответствии с требованиями к вступительным испытаниям, установленными Министерством образования Республики Беларусь.

*Целью* вступительного испытания является комплексная проверка уровня подготовки абитуриентов, в обобщении и взаимной увязке знаний, полученных ими в процессе обучения на I ступени высшего образования, а также выяснение сформированности у абитуриентов навыков и умений, необходимых для проведения самостоятельной научно-исследовательской работы.

*Задачами* вступительных испытаний является оценка уровня знаний по следующим разделам:

- элементы векторной алгебры и аналитической геометрии;
- линейная алгебра;
- основные понятия математического анализа;
- дифференциальное исчисление функций одной переменной;
- дифференциальное исчисление функций нескольких переменных;
- интегральное исчисление;
- теория комплексных чисел;
- ряды;
- дифференциальные уравнения;
- основные понятия теории вероятностей;
- основные понятия математической статистики;
- основные понятия информационных технологий;
- прикладное программное обеспечение;
- основные понятия программирования.

Экзаменуемый должен *знать*:

- основные понятия геометрии, алгебры, математического анализа;
- основы теории дифференциальных уравнений и уравнений математической физики;
- основные понятия и задачи дискретной математики;
- основные понятия и задачи теории вероятностей;
- численные методы и их применение;
- методы оптимизации и их применение;
- основные понятия и задачи исследования операций;
- основные понятия, языки и методы программирования;

- основы теории и проектирования баз данных;
- системное и прикладное программное обеспечение.

Экзаменуемый должен *уметь*:

- использовать знания, полученные на первой ступени высшего образования, для применения их в самостоятельной научно-исследовательской работе;
- самостоятельно работать с научной и справочной литературой.

Экзаменуемый должен показать высокий уровень теоретической и практической подготовки, владение специальной терминологией и методами работы с современными научными информационными ресурсами.

## II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### Тема 1. ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Прямая на плоскости, плоскость и прямая в пространстве; их уравнения. Взаимное расположение прямых и плоскостей, основные метрические задачи. Линейные подпространства, линейные аффинные многообразия.

Алгебраические линии и поверхности второго порядка, канонические уравнения, классификация. Квадратичные формы в вещественном линейном пространстве, приведение к главным осям.

Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица, ядро и образ. Норма линейного оператора.

Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.

Определение Евклидова пространства. Примеры. Длина вектора и угол между векторами. Ортогонализация методом Грамма-Шмидта. Построение ортонормированного базиса в Евклидовом пространстве.

Линейные операторы в евклидовом пространстве. Ортогональные, самосопряженные и знакоопределенные операторы. Ортогональные матрицы и ортогональные преобразования.

Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли, критерий единственности решения. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений и способы его построения.

Предел и непрерывность функций одной и нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на отрезке.

Производная и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости.

Определенный интеграл, его свойства. Основная формула интегрального исчисления. Основные методы интегрирования.

Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.

Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция.

Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды.

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.

Определение устойчивости по Ляпунову. Первый метод Ляпунова. Второй метод Ляпунова. Особые точки.

Классификация квазилинейных уравнений с частными производными второго порядка в пространстве

Метод разделения переменных решения граничных задач для линейных уравнений в частных производных второго порядка на плоскости и в трехмерном пространстве.

Свойства гармонических функций. Постановки задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона, существование и единственность решения. Функция Грина, методы ее построения. Интеграл Пуассона.

Задача Коши для уравнения теплопроводности и волнового уравнения. Метод продолжения исходных данных решения начально-краевых задач для указанных уравнений на полупрямой.

## **Тема 2. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА, ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ, ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ, ЯЗЫКИ И МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ БАЗ ДАННЫХ, СИСТЕМНОЕ И ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Булевы функции. Формулы. Полнота и замкнутость. Дизъюнктивные нормальные формы и их синтез. Синтез схем из функциональных элементов.

Минимизация булевых функций.

Графы. Реализация графов на плоскости. Деревья. Изоморфизм графов, связность графов. Планарность графов. Хроматические числа графов.

Массовые проблемы. Детерминированные и недетерминированные вычисления. Классы сложности P и NP. Полиномиальные сводимости и NP-полные проблемы.

Основные комбинаторные конфигурации: упорядоченные и неупорядоченные наборы с повторением и без повторения элементов.

Вероятностное пространство. Классическое и геометрическое определение вероятности. Условные вероятности.

Случайные величины и их числовые характеристики. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения.

Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

Методы Ньютона и секущих для решения нелинейных уравнений.

Интерполирование полиномами. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.

Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол и Гаусса.

Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты.

Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, сходимость, устойчивость. Принцип максимума, монотонные разностные схемы. Разностные схемы для первой краевой задачи уравнения теплопроводности.

Классическая задача на условный экстремум. Функции Лагранжа. Стационарные точки. Условие регулярности. Теоремы о необходимых и достаточных условиях оптимальности.

Основные виды задач математического программирования. Линейное, квадратичное, выпуклое программирование.

Численные методы минимизации функций многих переменных. Порядок метода. Метод конфигураций Хука-Дживса.

Численные методы минимизации функций многих переменных. Метод Ньютона и его модификации (методы регуляризации, метод Канторовича, метод Гринстадта).

Понятие алгоритма и его формализация (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Эквивалентность алгоритмов. Алгоритмическая неразрешимость. Основные алгоритмы и структуры данных. Алгоритмы сортировки и поиска.

Архитектура ЭВМ. Принципы фон Неймана. Основные компоненты ЭВМ: процессор, оперативная память, шина, кэш-память, внешние устройства и контроллеры. Виртуальная адресация памяти и её основные модели.

Параллелизм и конвейерность в архитектуре ЭВМ. Закон Амдала. Классификация параллельных вычислительных систем. Суперскалярные и векторные ЭВМ. Распараллеливание алгоритмов. Граф алгоритма, его ярусно-параллельная форма, критический путь в нём.

Операционная система, её структура и функции. Управление процессами, памятью, вводом-выводом, внешними устройствами. Классификация операционных систем.

Языки и парадигмы программирования. Императивное программирование. Структурное программирование. Основные понятия объектно-ориентированного программирования: объекты и их жизненный цикл, инкапсуляция, наследование, полиморфизм, классы, конструкторы и деструкторы, функции, перегрузка.

Формальные грамматики и языки. Классификация грамматик и языков по Хомскому. Нормальная форма Бэкуса – Наура. Регулярные выражения. Схема работы компилятора. Основы лексического и синтаксического анализа. Обратная польская запись.

Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Функциональные зависимости. Нормализации отношений. Нормальные формы. Декомпозиция отношения без потерь, теорема Хита. Средства языка запросов SQL.

Коды и их основные характеристики. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования. Неравенство Макмиллана. Оптимальное

кодирование. Метод Хаффмана. Коды, исправляющие ошибки. Коды Хэмминга.

Автоматы. Описание автомата. Детерминированный конечный автомат. Вероятностный конечный автомат. Табличная форма, блок-схема алгоритма, граф как формы заданий конечных автоматов.



### III. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### *Основная литература*

1. Садовничий, В. А. Математический анализ в задачах и упражнениях: Дифференциальное и интегральное исчисление / Виноградова, И. А., Олехник, С. Н., Садовничий, В. А. – М. : МЦМНО, 2017. – 412 с.
2. Апполонский, С. М. Дифференциальные уравнения математической физики в электронике / С.М. Апполонский. – СПб. Питер. – 2021. – 352 с.
3. Орлин, Б. Время переменных. Математический анализ в безумном мире / Б. Орлин. – М. : «Альпина Диджитал», 2019. – 189 с.
4. Абрашина-Жадаева, Н. Г. Основы векторного и тензорного анализа. Теория. Задачи / Н. Г. Абрашина-Жадаева [и др.]. – Минск : БГУ, 2011. – 255 с.
5. Алексеев, В. Б. Лекции по дискретной математике / В. Б. Алексеев. – М. : Инфра-М, 2012. – 90 с.
6. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей / Б. Г. Гнеденко. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
7. Ахо, А. В. Компиляторы: принципы, технологии и инструменты / А. В. Ахо [и др.]. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2016. – 1184 с.
8. Вся высшая математика: учеб. / М. Л. Краснов [и др.]. – М. : URSS: ЛКИ, 2012. – 240 с.
9. Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие: 3 ч. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной / В. К. Ахраменко [и др.]; под ред.: Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2013. – Ч. 1. – 359 с.
10. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: 3 ч. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных / В. К. Ахраменко [и др.]; под ред. Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2014. – Ч. 2. – 384 с.
11. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: 3 ч. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич [и др.]; под ред. Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2016. – Ч. 3. – 392 с.
12. Дейт, К. Введение в системы баз данных / К. Дейт. – М. : Вильямс, 2016. – 1328 с.
13. Информатика. Базовый курс / под ред. С. В. Симоновича. – СПб : Питер, 2013. – 640 с.
14. Кауфман, В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы / В. Ш. Кауфман. – М. : ДМК Пресс., 2010. – 464 с.

15. Кнут, Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т.1. Основные алгоритмы. Т.3. Сортировка и поиск / Д. Кнут. – М. : Вильямс, 2014. 2015. – 682 с.
16. Корухова, Л. С., Шура-Бура, М. Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса [Электронный ресурс] / Л. С. Корухова [и др.]. – М. : ВМК МГУ, 2010. – 26 с.
17. Кузнецов, С. Д. Базы данных / С. Д. Кузнецов. – М. : Издательский центр «Академия», 2012. – 496 с. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).
18. Лацис, А. О. Параллельная обработка данных / А.О. Лацис. – М : Издательский центр «Академия», 2010. – 336 с. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).
19. Моделирование систем и процессов : учебник для академического бакалавриата / В. Н. Волкова, Г. В. Горелова, В. Н. Козлов [и др.]; под ред. В. Н. Волковой, В. Н. Козлова. – М. : Издательство Юрайт, 2014. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://urss.ru/PDF/add\\_ru/189429-1.pdf](https://urss.ru/PDF/add_ru/189429-1.pdf). – Дата доступа: 29.03.2023;
20. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2011. – 602 с.
21. Садовничий, В. А. Математический анализ в задачах и упражнениях. Том 1. «Дифференциальное и интегральное исчисление». Электронное издание / Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. – М.: МЦМНО, 2017. [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://studizba.com/files/show/pdf/36311-1-v-a-il-in-v-a-sadovnichiy-bl-h-sendov-.html>. – Дата доступа: 29.03.2023.
21. Серебряков, В. А. Теория и реализация языков программирования / В. А. Серебряков. – М. : Физматлит, 2012. – 352 с.
22. Столяров, А. В. Программирование: введение в профессию. Т. 1, 2 / А. В. Столяров. – М. : МАКС - Пресс, 2016. – 464 с.
23. Стоцкий, Ю. А. Microsoft Office 2010 / Ю. А. Стоцкий, А. Васильев, И. Телина. – СПб : Питер, 2011. – 425 с.
24. Страуструп, Б. Язык программирования C++ / Б. Страуструп. – М. : Бином, 2015. – 1054 с.
25. Таненбаум, Э., Бос, Х. Современные операционные системы / Э. Таненбаум [и др.]. – СПб : Питер, 2017. – 1120 с.
26. Таненбаум, Э., Остин, Т. Архитектура компьютера / Э. Таненбаум [и др.]. – [6-е изд.]. – СПб : Питер, 2016. – 816 с.
27. Франка, П. C++. Учебный курс / П. Франка. – СПб : Питер: Мир книг, 2012. – 496 с.
28. Франка, П. C++. Учебный курс / П. Франка. – СПб : Питер: Мир книг, 2012. – 491 с.
29. Харин, Ю. С., Зуев, Н. М. Теория вероятностей: учебник / Ю. С. Харин [и др.]. – Мн., БГУ, 2011. – 463 с.

30. Хлебников, А. Информационные технологии: Учебник / А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 471 с.

#### *Дополнительная литература*

1. Архипов, Г. И. Лекции по математическому анализу / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. – М : Дрофа, 2008. – 638 с.
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник для студ. вузов / Д. В. Беклемишев. – М. : Физматлит, 2007. – 312 с.
3. Воеводин, В. В., Воеводин, Вл. В. Параллельные вычисления / В. В. Воеводин [и др.]. – СПб : БХВ - Петербург, 2004. – 608 с.
4. Демидович, Б. П. Краткий курс высшей математики: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М. : Астрель: АСТ, 2008 – 654 с.
5. Ильин, В. А., Позняк, Э. Г. Аналитическая геометрия. Учебник для вузов специальностей “Физика” и “Прикладная математика” / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк – М : Физматлит, 2006. – 294с. – Серия «Курс высшей математики и математической физики».
6. Ильин, В. А., Позняк, Э. Г. Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк.– М: Физматлит, 2006. – 317 с. – Серия «Курс высшей математики и математической физики».
7. Ильин, В. А., Садовничий, В. А., Сендов, Б. Х. Математический анализ / В.А. Ильин [и др.]. – М., 2007. – Ч 1 – 2. Ч 1– 672 с. Ч 2 – 368 с.
8. Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – СПб : Лань, 2009. – 352 с.
9. Свешников, А. Г., Тихонов, А. Н. Теория функций комплексной переменной/ А. Г. Свешников [и др.]. – М., Физматлит, 2005. – 336 с.
10. Сухарев, А. Г., Тимохов, А. В., Федоров, В. В. Курс методов оптимизации / А. Г. Сухарев [и др.]. – М. : Наука, 1986. – 319 с.
11. Тихонов, А. Н., Васильева, А. Б., Свешников, А. Г. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / А.Н. Тихонов [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005 г.– 384 с.
12. Тихонов, А. Н., Самарский, А. А. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов [и др.]. – М. : Издательская группа URSS, 2004. – 800 с.
- Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. – СПб, 2009. – Т. 1 – 3. – 728 с.
13. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – М : Высшая школа, 2003 – 384 с.