

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ (ЭКЗАМЕНА) В МАГИСТРАТУРУ
для получения углубленного высшего образования по специальности
МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Минск 2023

СОСТАВИТЕЛИ:

Кольчевский Николай Николаевич, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин и информационных технологий ГУО «Университет Национальной академии наук», кандидат физико-математических наук, доцент.

Батин Николай Владимирович, старший преподаватель кафедры естественнонаучных дисциплин и информационных технологий ГУО «Университет Национальной академии наук».

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой естественнонаучных дисциплин и информационных технологий (протокол № 9 от 10 февраля 2023);

Советом ГУО «Университет Национальной академии наук Беларуси» протокол № 8 от 30 марта 2023 г.

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного экзамена в магистратуру государственного учреждения образования «Университет Национальной академии наук Беларуси» по специальности «Математика и компьютерные науки» носит комплексный, междисциплинарный характер и ориентирована на выявление у поступающих общепрофессиональных и специальных знаний и умений.

Программа разработана в соответствии с требованиями к вступительным испытаниям, установленными Министерством образования Республики Беларусь.

Основная *цель* вступительного испытания заключается в комплексной проверке теоретического уровня подготовки абитуриентов, в обобщении и взаимной увязке знаний, полученных ими в процессе обучения на I ступени высшего образования и выявление склонности поступающих к научно-исследовательской деятельности.

Вступительный экзамен должен выявить четкое знание определений и теорем, а так же умение доказывать эти теоремы; способность точно и сжато выражать мысль в устном и письменном изложении, применяя соответствующую символику.

Задачами вступительного испытания является проверка знания по следующим разделам:

- алгебра, геометрия, дифференциальная геометрия и топология,
- математический анализ для функций действительного и комплексного переменных,
- функциональный анализ,
- обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных;
- вычислительная и компьютерная математика;
- математическая логика, дискретная математика, методы оптимизации.
- теория вероятностей.

Экзаменуемый должен *знать*:

- основные определения и утверждения математических понятий по соответствующим разделам высшей математики;
- основные теоремы и их доказательства;
- основные методы приближенного анализа;
- использовать знания, полученные на первой ступени высшего образования, применять теорию к решению задач и иллюстрировать теоретические утверждения на примерах.

Экзаменуемый должен показать высокий уровень теоретической и практической подготовки, владение специальной терминологией и методами работы с современными научными информационными ресурсами.

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Тема 1. АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ТОПОЛОГИЯ

Определение группы. Примеры групп. Абелевы группы. Циклическая группа. Левые и правые смежные классы. Фактор-группа. Определение кольца. Идеал. Примеры колец и идеалов. Определение поля. Примеры полей.

Линейные пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов, базис, размерность линейного пространства. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Теорема о размерности суммы линейных подпространств.

Системы линейных алгебраических уравнений, матричная запись. Общее и частное решение. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Пространство решений однородной линейной системы. Фундаментальная система.

Линейные операторы и их матрицы. Ранг матрицы. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Теорема о линейной независимости системы собственных векторов с разными собственными значениями. Канонический вид линейного оператора в случае, когда все его собственные значения различны.

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Примеры. Длина вектора и угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогонализация системы линейно независимых векторов методом Грама-Шмидта, построение ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

Ортогональное дополнение к подпространству. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Сопряженный оператор. Унитарные и самосопряженные операторы.

Векторы, основные определения. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, геометрический смысл.

Уравнения прямых и плоскостей в \mathbb{R}^2 и \mathbb{R}^3 . Аффинное пространство A^n , аффинная группа и аффинная геометрия. k -мерная плоскость в A^n , характеристика пары плоскостей.

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Фигуры второго порядка в пространствах A^n и \mathbb{R}^3 .

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна кривой. Кручение кривой.

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Типы точек поверхности.

Замыкание, внутренность и граница множества в метрическом и топологическом пространстве. Ограниченное множество. Компактность, связность, полнота. Критерии компактности метрического пространства.

Тема 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Определение предела последовательности. Предел монотонной числовой последовательности. Число ε . Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

Определение предела функции в точке. Определение непрерывности функции в точке, свойства. Понятие равномерной непрерывности.

Определение производной и дифференциала функции одной вещественной переменной. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Определение интеграла Римана. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.

Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Критерий и признаки сходимости. Виды сходимости функциональных рядов. Признаки равномерной сходимости. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Классы поточечной сходимости рядов Фурье.

Дифференцируемость функций многих переменных. Матрица Якоби. Производные второго и более высоких порядков. Теоремы о неявной и обратной функциях. Теорема об обратной функции для функций одного переменного. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума. Условный экстремум функций многих переменных.

Определение криволинейных и поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода их свойства. Формула Грина. Формула Стокса, формула Гаусса-Остроградского.

Производная от функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.

Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах. Приложения вычетов.

Тема 3. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Кольца, алгебры, σ -алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ -аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение

меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на линейном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Нормированные пространства. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры. Теорема о замыкании образа линейного непрерывного оператора. Теорема Хана–Банаха о продолжении функционалов.

Тема 4. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ и УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Основные виды дифференциальных уравнений, интегрируемых в явном виде. Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения и основные теоремы об их решениях. Метод вариации произвольных постоянных. Стационарные линейные дифференциальные уравнения и системы, в том числе со специальной правой частью.

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

Классификация квазилинейных уравнений с частными производными второго порядка в пространстве. Постановки задач для волновых уравнений, уравнений диффузии и теплопроводности.

Задача Коши для уравнения теплопроводности и волнового уравнения. Метод характеристик, фазовая плоскость. Метод продолжения исходных данных решения начально-краевых задач для указанных уравнений на полупрямой.

Общая схема метода разделения переменных решения начально-краевых задач для линейных уравнений в частных производных второго порядка на плоскости и в трехмерном пространстве. Задача Штурма-Лиувилля.

Свойства гармонических функций. Постановки внутренней и внешней задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона, существование и единственность решения. Функция Грина (функция источника), метод электростатических изображений ее построения для простейших областей. Интеграл Пуассона.

Тема 5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

Понятие погрешности. Методы приближения функций. Численное интегрирование. Приближенное вычисление интегралов.

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений. .

Численное решение нелинейных уравнений. Примеры методов. Линейная и квадратичная скорость сходимости

Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, сходимость, устойчивость. Принцип максимума, монотонные разностные схемы. Разностные схемы для первой краевой задачи уравнения теплопроводности.

Машинное представление данных. Прямой и обратный дополнительный код представления целых чисел. Архитектура компьютера. Принципы фон Неймана. Построение параллельных вычислений.

Формальное определение алгоритма. Машина Тьюринга. Операционная система и ее компоненты. Файловая система. Файлы последовательного и прямого доступа.

Структурированные типы данных на примере списков. Стек, очередь, дек. Реляционная модель данных. Основные понятия реляционных баз данных, тип данных, домен, атрибут, кортеж, первичный ключ, отношение и схема отношений.

Основные операции реляционной алгебры. Проектирование реляционных баз данных. Принципы нормализации. Приведение схемы отношения ко второй и третьей нормальной форме.

Основные этапы компьютерного моделирования; объектно-ориентированное проектирование, алгоритмизация и программирование; представление основных структур: итерации, ветвления, повторения; программирование рекурсивных алгоритмов; постановка задачи и спецификация программы; особенности построения компьютерных моделей. Современные математические компьютерные среды на примере систем Mathematica и MATLAB. Стандартные и, определяемые пользователем типы данных; графика и визуализация данных.

Тема 6. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ.

Алгебра высказываний. Функции алгебры высказываний, способы задания. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы.

Понятия графа, цикла, сети, циркуляции, мощности потока. Эйлеровы графы.

Алгоритм отыскания остовного дерева минимального веса.

Сложность алгоритмов. Эффективные алгоритмы. Классы: P, NP и NP-полных задач. Задача ВЫПОЛНИМОСТЬ. Задача о клике. Задача о коммивояжере.

Задача линейного программирования. Симплексный метод. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции. Условный экстремум. Необходимые, достаточные условия. Метод множителей Лагранжа.

Динамическое программирование. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстры. Функции на сети. Поток в сети. Разрез сети. Максимальный поток в сети. Теорема Форда-Фалкерсона.

Тема 7. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Вероятностное пространство, вероятность. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства. Характеристическая функция случайной величины.

Условные вероятности. Критерии независимости случайных величин (дискретный, абсолютно непрерывный). Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Законы больших чисел. Неравенство и теоремы Колмогорова.

Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения. Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, эффективность статистической оценки. Проверка статистических гипотез.

Тема 8. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Архитектура компьютера. Классическая архитектура. Гарвардская архитектура.

Базовая система команд процессора. Арифметические команды. Логические команды. Команды сдвига. Команды перемещения данных. Команды управления программой. Команды управления процессором.

Архитектуры мультипроцессорных компьютеров. Процессор суперскалярной архитектуры. Процессор векторной архитектуры.

Представление данных в разрядной сетке процессора. Двоичная и шестнадцатеричная системы счисления. Основные типы и форматы представления данных.

Типы и виды памяти компьютера. Память произвольного доступа (RAM).

Интерфейсы устройств ввода/вывода. Устройства ввода/вывода компьютера.

Операционные системы. Классификация операционных систем.
Основной функционал операционной системы.

Мультизадачные операционные системы. Организация
мультизадачного вычислительного процесса.

Взаимодействие операционной системы с устройствами ввода/вывода.
Драйвер устройства. Распределение ресурсов.

Архитектура системы открытого типа. Технология Plug & Play.

Компьютерные сети. Модель OSI.

Компьютерные сети. Виды и топология сетей.

Компьютерные сети. Основные типы и виды активного оборудования.

Основные протоколы службы и сервисы компьютерных сетей.

Основные технологии и парадигмы программирования.

III. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Садовничий, В. А. Математический анализ в задачах и упражнениях : Дифференциальное и интегральное исчисление / Виноградова, И. А., Олехник, С. Н., Садовничий, В. А. – М. : МЦМНО, 2017. – 412 с.
2. Апполонский, С. М. Дифференциальные уравнения математической физики в электронике / С. М. Апполонский. – СПб. Питер. – 2021. – 352 с.
3. Орлин, Б. Время переменных. Математический анализ в безумном мире / Б. Орлин. – М. : «Альпина Диджитал», 2019. – 189 с.
4. Абрашина-Жадаева, Н. Г. Основы векторного и тензорного анализа. Теория. Задачи / Н.Г. Абрашина-Жадаева [и др.]. – Минск : БГУ, 2011. – 255 с.
5. Алексеев, В. Б. Лекции по дискретной математике / В.Б. Алексеев. – М. : Инфра-М, 2012. – 90 с.
6. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей / Б. Г. Гнеденко. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
7. Архипов, Г. И. Лекции по математическому анализу / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. – М. : Дрофа, 2008. – 638 с.
8. Ахо, А. В. Компиляторы: принципы, технологии и инструменты / А. В. Ахо [и др.]. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2016. – 1184 с.
9. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для студ. вузов / Д.В. Беклемишев. – М. : Физматлит, 2007. – 312 с.
10. Воеводин, В. В. Параллельные вычисления / В. В. Воеводин [и др.]. – СПб : БХВ - Петербург, 2004. – 608 с.
11. Вся высшая математика: учеб. / М. Л. Краснов [и др.]. – М. : URSS: ЛКИ, 2012. – 240 с.
12. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: 3 ч. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной / В. К. Ахраменко [и др.]; под ред.: Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2013. – Ч. 1. – 359 с.
13. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: 3 ч. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных / В. К. Ахраменко [и др.]; под ред. Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2014. – Ч. 2. – 384 с.
14. Гороховик В. В. Конечномерные задачи оптимизации. Минск, Изд. Центр БГУ, 2007.
15. Дейт, К. Введение в системы баз данных/ К. Дейт. – М. : Вильямс, 2016. – 1328 с.
16. Демидович, Б. П. Краткий курс высшей математики: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. А. Кудрявцев. – М. : Астрель: АСТ, 2008 – 654 с.

17. Ильин, В. А., Позняк, Э. Г. Аналитическая геометрия. Учебник для вузов специальностей “Физика” и “Прикладная математика” / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк – М : Физматлит, 2006. – 294с. – Серия «Курс высшей математики и математической физики».
18. Ильин, В. А., Позняк, Э. Г. Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк.– М : Физматлит, 2006. – 317 с. – Серия «Курс высшей математики и математической физики».
19. Ильин, В. А., Садовничий, В. А., Сендов, Б. Х. Математический анализ / В. А. Ильин [и др.]. – М., 2007. – Ч 1 – 2. Ч 1– 672 с. Ч 2 – 368 с.
20. Информатика. Базовый курс / под ред. С. В. Симоновича. – СПб : Питер, 2013.– 640 с.
21. Кауфман, В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы / В. Ш. Кауфман. – М. : ДМК Пресс., 2010. – 464 с.
22. Кнут, Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т.1. Основные алгоритмы. Т.3. Сортировка и поиск / Д. Кнут. – М. : Вильямс, 2014. 2015. – 682 с.
23. Корухова, Л. С., Шура-Бура, М. Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса [Электронный ресурс] / Л.С. Корухова [и др.]. – М. : ВМК МГУ, 2010.– 26 с.
24. Корзюк В. И. Уравнения математической физики. Минск, БГУ. 2011.
25. Кузнецов, С. Д. Базы данных / С. Д. Кузнецов. – М. : Издательский центр «Академия», 2012. – 496 с. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).
26. Лацис, А. О. Параллельная обработка данных / А.О. Лацис. – М : Издательский центр «Академия», 2010. – 336 с. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).
27. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2011. – 602 с.
28. Садовничий, В. А. Математический анализ в задачах и упражнениях. Том 1. «Дифференциальное и интегральное исчисление». Электронное издание / Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. – М.: МЦМНО, 2017. [Электронный ресурс]. – Режим доступа
29. <https://studizba.com/files/show/pdf/36311-1-v-a-il-in-v-a-sadovnichiy-bl-h-sendov-.html>. – Дата доступа: 29.03.2023.
30. Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – СПб : Лань, 2009. – 352 с.
31. Таненбаум, Э., Бос, Х. Современные операционные системы / Э. Таненбаум [и др.]. – СПб: Питер, 2017. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.ss-20.ru/index.php?action=dlattach;topic=455.0;attach=2290>. – Дата доступа: 29.03.2023

Дополнительная литература

32. Свешников, А. Г., Тихонов, А. Н. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников [и др.]. – М., Физматлит, 2005. – 336 с.
33. Серебряков, В. А. Теория и реализация языков программирования / В. А. Серебряков. – М. : Физматлит, 2012. – 352 с.
34. Столяров, А. В. Программирование: введение в профессию. Т. 1, 2 / А. В. Столяров. – М. : МАКС - Пресс, 2016. – 464 с.
35. Стоцкий, Ю. А. Microsoft Office 2010 / Ю. А. Стоцкий, А. Васильев, И. Телина. – СПб : Питер, 2011. – 425 с.
36. Страуструп, Б. Язык программирования С++ / Б. Страуструп. – М. : Бинум, 2015. – 1054 с.
37. Сухарев, А. Г., Тимохов, А. В., Федоров, В. В. Курс методов оптимизации / А. Г. Сухарев [и др.]. – М. : Наука, 1986. – 319 с.
38. Таненбаум, Э., Бос, Х. Современные операционные системы / Э. Таненбаум [и др.]. – СПб : Питер, 2017. – 1120 с.
39. Таненбаум, Э., Остин, Т. Архитектура компьютера / Э. Таненбаум [и др.]. – [6-е изд.]. – СПб : Питер, 2016. – 816 с.
40. Тихонов, А. Н., Васильева, А. Б., Свешников, А. Г. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / А. Н. Тихонов [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005 г. – 384 с.
41. Тихонов, А. Н., Самарский, А. А. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов [и др.]. – М. : Издательская группа URSS, 2004. – 800 с.
42. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. – СПб, 2009. – Т. 1 – 3. – 728 с.
43. Франка, П. С++. Учебный курс / П. Франка. – СПб : Питер: Мир книг, 2012. – 496 с.
44. Франка, П. С++. Учебный курс / П. Франка. – СПб : Питер: Мир книг, 2012. – 491 с.
45. Харин, Ю. С., Зуев, Н. М. Теория вероятностей: учебник / Ю. С. Харин [и др.]. – Мн., БГУ, 2011. – 463 с.
46. Хлебников, А. Информационные технологии: Учебник / А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 471 с.
47. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – М : Высшая школа, 2003 – 384 с.